Concours Mathématiques et Physique
Epreuve de Physique

Date : Jeudi 03 Juin 2010	**Heure : 8 H 00**	**Durée : 4 H**	**Nbre pages : 06**
Barème : Problème 1 : 09 pts	**;**	**Problème 2 : 11 pts**	

L'usage d'une calculatrice non programmable est autorisé.

L'épreuve est constituée de deux problèmes indépendants.

Un candidat peut toujours se servir d'un résultat fourni par l'énoncé pour continuer sa composition.

Problème 1

Dans tout le problème l'indice de l'air sera pris égal à 1.

I – Optique géométrique :

On considère un objet réel AB, un écran d'observation (E) et une lentille convergente mince (L) de centre optique O_L et de distance focale image f ', plongée dans l'air (**Figure 1**).

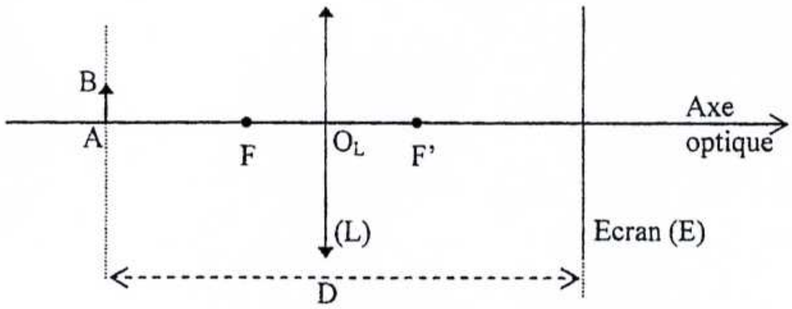

Figure 1

1- Rappeler brièvement les conditions de Gauss nécessaires pour obtenir une image nette de l'objet AB. Construire l'image A'B' de AB.

Dans toute la suite, on se place désormais dans ces conditions.

2- Pour déterminer f ', on utilise la méthode de Bessel : l'objet et l'écran sont fixes et distants de D. Montrer que si D > 4 f ', il existe deux positions de la lentille, distantes de d, pour lesquelles il y a une image nette sur l'écran.

3- En déduire l'expression de f ' en fonction de D et d.
4- Calculer f ', pour les valeurs expérimentales suivantes : D = 1,5 m et d = 86 cm.
5- On se propose de réaliser l'image d'un objet réel situé à 0,5 m du centre optique de la lentille. A quelle distance doit-on placer l'écran ?
6- Calculer le grandissement transversal de cet objet.

II – Optique Ondulatoire :

On réalise, dans l'air, l'expérience des fentes d'Young à l'aide du dispositif schématisé sur la **figure 2**. Ces fentes très fines, distantes de $F_1F_2 = a$, sont éclairées par une onde monochromatique de longueur d'onde dans le vide $\lambda = 500$ nm, provenant d'une fente source très fine F_s placée au foyer principal objet d'une lentille convergente (L_1) de distance focale image f_1'.
Les trois fentes F_s, F_1 et F_2 sont parallèles à l'axe (Oy).
L'observation se fait sur un écran, de centre O, se trouvant dans le plan focal image d'une lentille convergente (L_2) de distance focale image f_2'.
7- Décrire brièvement la figure observée sur l'écran.
8- Tracer la marche des deux rayons issus de F_s et qui interfèrent au point M.
9- Déterminer la différence de phase $\varphi(M)$ entre les deux vibrations associées à ces deux rayons.
10- En déduire l'expression de l'intensité lumineuse I(x) au point M de l'écran. On note I_0 l'intensité au point M de l'écran lorsque l'une des fentes d'Young est masquée.
11-1- Déterminer l'expression de l'interfrange i.
Faire l'application numérique pour a = 1 mm, $f_1' = 20$ cm et $f_2' = 1$ m.
11-2- Représenter la fonction I(x).
11-3- Déterminer la position de la frange d'ordre $p_0 = 0$.

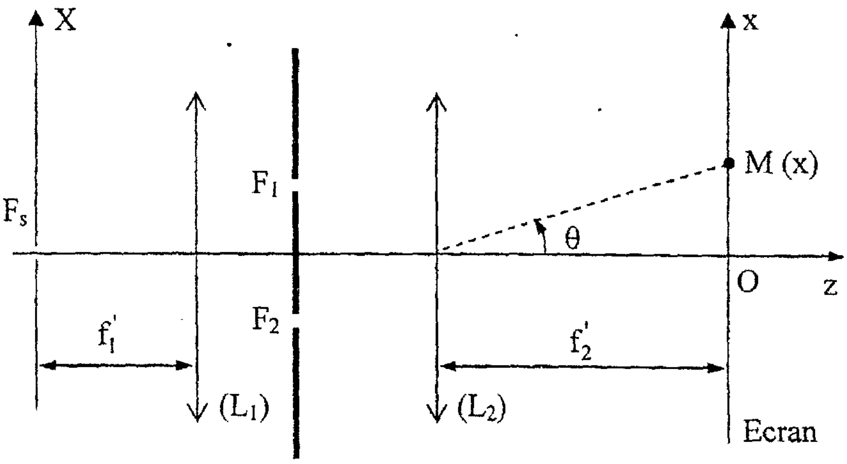

Figure 2

12- On intercale devant F_2, du coté de (L_1), une petite lame à faces parallèles d'épaisseur e et d'indice n supposé constant, de sorte que ses faces soient perpendiculaires à l'axe (F_sz).
12-1- Déterminer la nouvelle différence de chemin optique entre les rayons qui interfèrent en M.
12-2- Dans quel sens et de quelle distance d_0 la figure d'interférence est – elle translatée ? Justifier.
12-3- En déduire l'expression de l'indice de réfraction n de la lame. Faire l'application numérique pour e = 50 μm et $d_0 = 25$ mm.
12-4- Calculer le nombre de franges qui ont défilé en O.
13- On supprime la lame à faces parallèles.
La source F_s émet maintenant le doublet jaune de Sodium, formé de deux radiations monochromatiques de longueurs d'onde $\lambda_1 = 589{,}0$ nm et $\lambda_2 = 589{,}6$ nm.
13-1- Décrire le phénomène observé.
13-2- A quelle distance de la frange centrale les franges disparaissent – elles pour la première fois ?

14- La source F_s émet l'onde monochromatique de longueur d'onde dans le vide $\lambda = 500$ nm. On la déplace dans son plan, d'une distance $X_s > 0$.

14-1- Déterminer la nouvelle différence de chemin optique entre les rayons qui interfèrent en M.

14-2- Dans quel sens et de quelle distance d_1 la figure d'interférence est – elle translatée ? Justifier.

Influence de la largeur de la fente source

La fente source F_s possède une largeur b réglable parallèlement à l'axe (O_sX) (**Figure 3**).

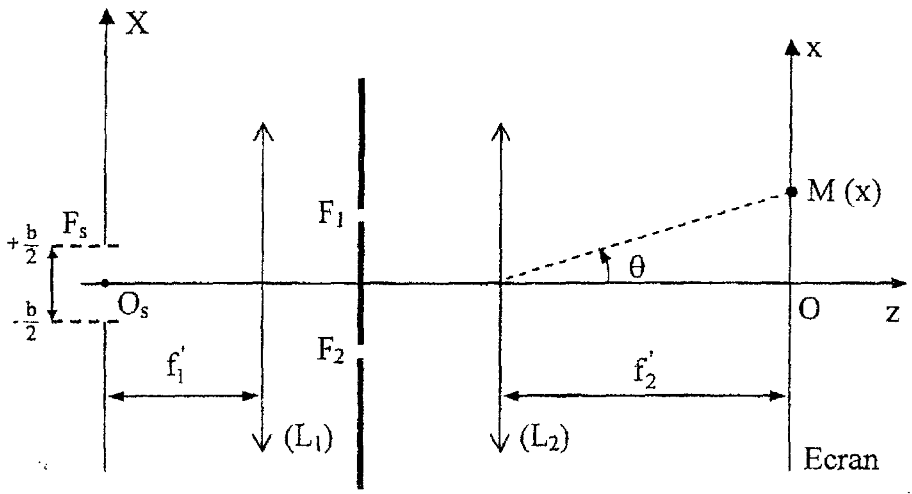

Figure 3

15- Décrire qualitativement l'effet de l'élargissement de F_s sur la figure d'interférence.

16- On suppose que l'intensité lumineuse au niveau de F_s est uniforme et on note I_0 l'intensité au point M de l'écran lorsque l'une des fentes d'Young est masquée.

16-1- Déterminer le déphasage $\varphi(M)$ entre les deux ondes qui interfèrent au point M de l'écran et qui proviennent de la source primaire de largeur élémentaire dX, centrée sur un point d'abscisse X.

16-2- En déduire l'expression de l'intensité lumineuse I(M).

17-1- Déterminer l'expression du contraste défini par $C = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}}$. Tracer l'allure de C(b).

17-2- Décrire l'évolution de la figure d'interférence si on augmente progressivement b à partir d'une valeur minimale.

18-1- Déterminer la valeur minimale b_1 de b pour laquelle on observe un brouillage de franges.
Calculer la valeur numérique de b_1.

On donne : a = 1mm, $f_1' = 20$ cm et $\lambda = 500$ nm

18-2- Déterminer la variation de l'ordre d'interférence, Δp, au niveau d'un point M de l'écran correspondant au passage de l'extrémité $X = -\frac{b}{2}$ à l'extrémité $X = +\frac{b}{2}$ de la source F_s.

Calculer Δp pour $b = b_1$.

En déduire une condition sur Δp pour qu'il n'y ait pas brouillage de franges.

Problème 2

L'espace est rapporté à un référentiel galiléen $\mathfrak{R}(Oxyz)$ de base orthonormée directe $(\vec{u}_x, \vec{u}_y, \vec{u}_z)$. On note $(\vec{u}_r, \vec{u}_\theta, \vec{u}_z)$ la base cylindrique.

Haut-parleur électrodynamique

Un haut-parleur électrodynamique est un exemple de transducteur permettant la conversion de l'énergie électrique en énergie mécanique. Le haut-parleur à bobine mobile est le plus utilisé dans le domaine des basses fréquences. Il comporte :

- Un aimant permanent, créant dans l'entrefer un champ magnétique $\vec{B}$, radial et de norme constante au niveau de la bobine (**Figure 4**).
- Un ensemble mobile, de masse m, formé d'une membrane solidaire à une bobine. Cette bobine, de résistance R et d'inductance L comporte N spires suffisamment serrées pour être assimilables à des spires circulaires de rayon a. Elle est placée dans l'entrefer de l'aimant. On note ℓ la longueur totale de son enroulement.

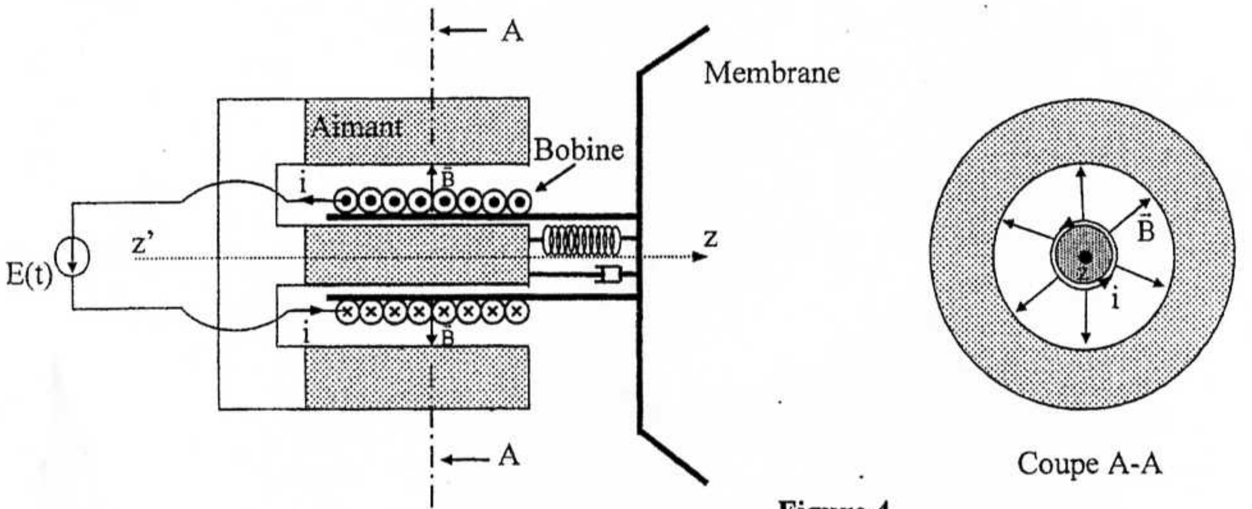

Figure 4

L'ensemble mobile peut effectuer de petits mouvements de translation de vitesse $\vec{v}$ suivant la direction de l'axe de symétrie de révolution (z'z). Il est maintenu par une liaison élastique modélisée par un ressort unique de constante de raideur k. Son mouvement est freiné par une force d'amortissement visqueux représentée par le terme $\vec{f}_v = -\alpha\,\vec{v}$, où α est un coefficient positif.

La bobine est parcourue par un courant d'intensité i(t) suite à l'application d'une tension variable E(t) entre ses bornes (**Figure 4**).

1- Expliquer brièvement le comportement haut-parleur électrodynamique de ce montage.

2- Déterminer l'expression de $\vec{F}_{Lap}$, résultante des forces de Laplace, exercée sur la bobine, en fonction de B, i(t) et ℓ.

3- En déduire une première équation différentielle liant z(t) et ses dérivées à i(t).

4- Déterminer la force électromotrice induite par le déplacement de la bobine, parcourue par i(t), en fonction de B, v et ℓ.

5- En déduire une deuxième équation différentielle liant i(t) et sa dérivée première à $\dfrac{dz(t)}{dt}$.

6- Etablir une relation liant la variation de l'énergie du haut-parleur à la puissance électrique qui lui est fournie par E(t).

7- En régime périodique, déduire la répartition de la puissance électrique moyenne fournie au haut-parleur.

La tension appliquée à la bobine est sinusoïdale. En notation complexe, elle s'écri $\underline{E}(t) = U_0\ e^{j\omega t}$, avec U_0 réel.

8- Etablir deux équations liant les amplitudes complexes $\underline{U}$, $\underline{I}$ et $\underline{V}$ des grandeurs E(t), i(t) et $\dfrac{dz(t)}{dt}$.

9- En déduire que l'impédance $\underline{Z}$ du haut-parleur définie par $\underline{U} = \underline{Z}\ \underline{I}$ s'écrit :

$$\underline{Z} = R + \frac{\ell^2 B^2}{jm\omega + \dfrac{k}{j\omega} + \alpha} + jL\omega .$$

10- Montrer que l'impédance $\underline{Z}$ est la somme de deux impédances $\underline{Z} = \underline{Z}_e + \underline{Z}_m$, respectivemen appelées impédance électrique et impédance motionnelle du haut-parleur.

11-

11-1- Montrer que $\underline{Z}_m$ correspond à l'association en parallèle de trois éléments R_m, C_m et L_m qu'o exprimera en fonction des données.

11-2- Calculer R_m, C_m et L_m pour $B = 1$ T, $a = 2$ cm, $m = 10$ g, $N = 40$, $k = 1600\ N.m^{-1}$ e $\alpha = 5\ N.s.m^{-1}$

12- En déduire le schéma électrique équivalent du haut-parleur.

13- On note $\underline{Z}_m = X_m(\omega) + jY_m(\omega)$.

13-1- Déterminer les expressions de $X_m(\omega)$ et $Y_m(\omega)$.

13-2- Montrer que le point P du plan complexe d'affixe $\underline{Z}_m$ décrit un cercle, lorsque ω varie, don on déterminera le rayon et le centre.

13-3- Tracer ce cercle et placer les points P_0 et P_1 qui correspondent respectivement à $\omega = \omega_{0m} = \sqrt{\dfrac{k}{m}}$ et $\omega \to \infty$.

14- Sachant que la fréquence de la tension sinusoïdale E(t) appartient au domaine des fréquence vocales $[300Hz, 3500Hz]$, montrer que l'impédance du haut parleur étudié peut être considéré comme une constante R_0 que l'on déterminera. Calculer sa valeur numérique.
On donne : $L = 0,1$ mH, $R = 12\ \Omega$.

Filtrage d'un signal périodique :

Le haut-parleur précédent, assimilé à la résistance R_0, est réellement alimenté, à travers u filtre, par un signal créneau u(t) de période T et d'amplitude $V_0 = 1V$ (**Figure 5**).

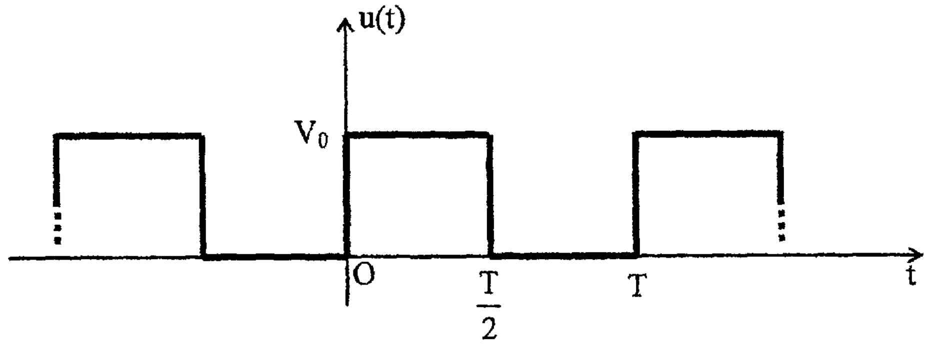

Figure 5

15- Montrer que la décomposition en série de Fourier du signal u(t) s'écrit :

$$u(t)=\frac{V_0}{2}+\frac{2V_0}{\pi}\sum_{p=0}^{\infty}\frac{\sin[(2p+1)\omega t]}{(2p+1)}, \text{ où p est un entier et } \omega=\frac{2\pi}{T}.$$

16- Tracer le spectre de Fourier de ce signal pour les quatre premières harmoniques.

17- Le filtre utilisé est du type BUTTERWORTH, caractérisé par une fonction de transfert de module $H_B=\frac{1}{\sqrt{1+x^6}}$, où $x=\frac{\omega}{\omega_0}$.

Montrer qu'une fonction de transfert du type $\underline{T}(jx)=\frac{1}{1+2jx+2(jx)^2+(jx)^3}$ répond à ce critère.

18- Tracer le diagramme de Bode pour le gain : $G_{dB}=20\log_{10}|\underline{T}|$.

Préciser la pente de chaque asymptote.

On s'intéresse au filtre représenté sur la **figure 6**, composé du quadripôle L_1, C, L_2 chargé par la résistance R_0.

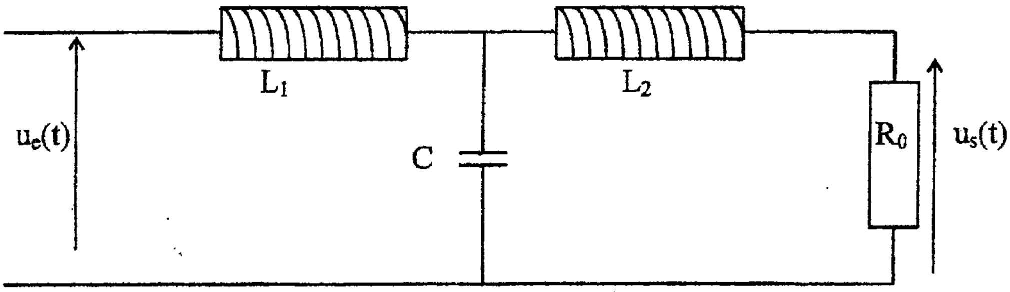

Figure 6

19- Décrire qualitativement le comportement de ce circuit en basses fréquences et en hautes fréquences. En déduire la nature de ce filtre.

20- Déterminer la fonction de transfert $\underline{H}(j\omega)=\frac{\underline{u}_s(t)}{\underline{u}_e(t)}$ de ce circuit.

21-

21-1- Exprimer L_1, L_2 et C en fonction de R_0 et ω_0 pour que $\underline{H}(j\omega)$ soit celle du filtre de BUTTERWORTH décrit précédemment.

21-2- Calculer L_1, L_2 et C pour $R_0 = 12\ \Omega$ et $\omega_0 = 2000\pi\ \text{rad.s}^{-1}$.

22- Sachant que le signal d'entrée du filtre est le signal créneau $u_e(t) = u(t)$ (**Figure 5**), déterminer le signal de sortie $u_s(t)$ pour une période T = 1ms.

Fin de l'Epreuve